

TFA - classe di concorso A048 - Traccia n. 2

Risolvere sei dei seguenti otto quesiti, riportando lo svolgimento di ciascun quesito su uno dei sei fogli protocollo assegnati.

ALGEBRA e GEOMETRIA

Quesito n. 1 - Nel piano cartesiano, si consideri la curva γ di equazione

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$$

- Si precisi se esistono rette che sono assi di simmetria di γ e, in caso positivo, se ne scriva l'equazione.
- Si scrivano le equazioni delle rette passanti per il punto $A(1, 2)$ e tangenti a γ .
- Si trovino, se esistono, i punti P di γ tale che la retta tangente in P a γ sia parallela alla retta r di equazione $x + y + 1 = 0$.

Quesito n. 2 - Per ogni $k \in \mathbb{R}$, si consideri l'equazione algebrica

$$x^3 - x^2 - kx + k = 0.$$

Se ne trovino, al variare del parametro k , le radici reali, precisandone la molteplicità.

ANALISI MATEMATICA

Quesito n. 3 - Data la funzione

$$f(x) = e^{-x} \cdot (x^2 - 2x + \alpha),$$

trovare il valore del parametro α per cui $x_0 = 0$ è punto di minimo relativo.

Dire poi se per tale valore del parametro α si ha che f ha altri punti di minimo o massimo relativo, se f è limitata o illimitata superiormente e se 0 è punto di minimo assoluto.

Quesito n. 4 - Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 4} \quad \text{per ogni } x \in [\log(5), \log(10)],$$

- spiegare perché f è integrabile e calcolarne l'integrale definito e il valore medio,
- verificare che f soddisfa la tesi del teorema di Rolle, ma non ne soddisfa le ipotesi.

MATEMATICA FINANZIARIA

Quesito n. 5 - Si vuole costituire un capitale mediante versamenti periodici di 10000 euro annui, che verranno remunerati (in regime di interesse composto) al tasso annuo del 5%.

I primi 9 versamenti vengono effettuati regolarmente, poi ci si trova nella necessità di doverli sospendere.

Calcolare il capitale accumulato alla scadenza del dodicesimo anno dopo il versamento iniziale.

Quesito n. 6 - Un automobilista ha deciso che é arrivata l'ora di rottamare la sua vecchia auto ed acquistarne una nuova. Il modello scelto costa 18000 euro e l'automobilista puó acquistarla in contanti o a rate.

Nel primo caso usufruirá di uno sconto di 800 euro, nel secondo caso pagherá 3000 euro subito e i restanti 15000 euro in 8 rate trimestrali posticipate di pari importo.

- Calcolare l'ammontare della singola rata, sapendo che il TAEG del finanziamento é del 5%.
- Discutere se é conveniente o meno l'acquisto rateale, sapendo che l'automobilista investe correntemente i suoi risparmi al tasso annuo composto del 6%.

PROBABILITA' e STATISTICA

Quesito n. 7 - Un'urna U_1 contiene 5 palline rosse e 10 gialle; una seconda urna U_2 contiene 8 palline rosse e 2 gialle. Si estrae una pallina da U_1 e la si inserisce in U_2 e, successivamente, si estrae una pallina da U_2 .

- Calcolare la probabilitá che la pallina estratta da U_2 sia rossa.
- Illustrare i teoremi sulla probabilitá di due eventi utilizzati nel punto a).

Quesito n. 8 - a) Si consideri la seguente tabella che descrive la produzione di grano di un'azienda agricola tra il 2002 e il 2007

ANNO	PRODUZIONE (tonnellate)
2002	98
2003	125
2004	145.5
2005	143
2006	165
2007	213

Calcolare il tasso medio di variazione della produzione. Spiegare quale indice di posizione centrale é stato applicato per il calcolo richiesto motivandone l'utilizzo.

b) Nella seguente tabella é riportata la distribuzione di 100 studenti delle ultime classi di una scuola superiore in base al tempo in ore dedicato allo studio durante un dato mese.

N.ro ore	N.ro studenti
30-50	5
50-70	15
70-90	35
90-110	25
110-130	20

Calcolare moda, media e scarto quadratico medio della distribuzione.